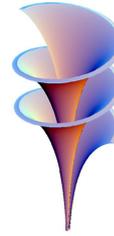




GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica "Ulisse Dini"

Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze



14 Aprile 2014

Esercizio 1

Determinare tutti i polinomi $p(x)$ tali che, per ogni numero reale x , vale:

$$(x + 2)p(x) - xp(x + 1) = 0$$

Esercizio 2

Matteo aveva un'ottima calcolatrice fino a quando non si è guastato il display. Adesso sono visibili soltanto le ultime sei cifre, cioè le meno significative, dei numeri visualizzati (per il resto la calcolatrice funziona perfettamente e non sbaglia un conto). Un giorno, per burlare un suo amico appassionato di matematica, scrive un numero di sei cifre sulla sua calcolatrice e chiede all'amico di calcolarne il quadrato. L'amico preme il tasto opportuno, ma non vede nessun cambiamento sul visore. Quale cifra non ha sicuramente digitato Matteo?

Esercizio 3

Si considerino due sfere concentriche di raggi rispettivamente 1 e r , con $r > 1$. Per quali valori di r è possibile scegliere tre punti A , B e C sulla superficie della sfera più grande in modo che tutti i lati del triangolo ABC siano tangenti alla sfera più piccola?

Esercizio 4

1. Sia ABC un triangolo con la seguente proprietà: esiste un punto P complanare al triangolo tale che i triangoli PAB , PBC e PCA sono isoperimetrici e equivalenti. Come è fatto il triangolo ABC ? Dove si trova il punto P ?
2. Sia $ABCD$ un quadrilatero piano con la seguente proprietà: esiste un punto P sul piano del quadrilatero tale che i triangoli PAB , PBC , PCD e PDA sono isoperimetrici e equivalenti. Come è fatto il quadrilatero $ABCD$? Dove si trova il punto P ?