



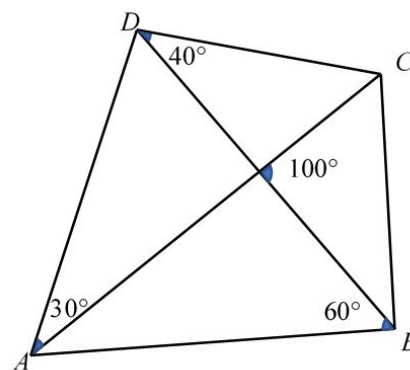
GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica e Informatica "Ulisse Dini"
Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze

15 aprile 2019

Esercizio 1

Nel quadrilatero $ABCD$ in figura sono tracciate le due diagonali. Date le ampiezze dei quattro angoli evidenziati in figura, determinare gli angoli interni del quadrilatero.



Esercizio 2

Sia $A = \{1, \dots, 2020\}$ e sia $P : A \rightarrow A$ una permutazione di A tale che

$$P^2(n) = P(P(n)) = n + 1 \quad \text{per } n = 1, \dots, 2018,$$

$$P^2(2019) = 1 \quad \text{e} \quad P^2(2020) = 2020.$$

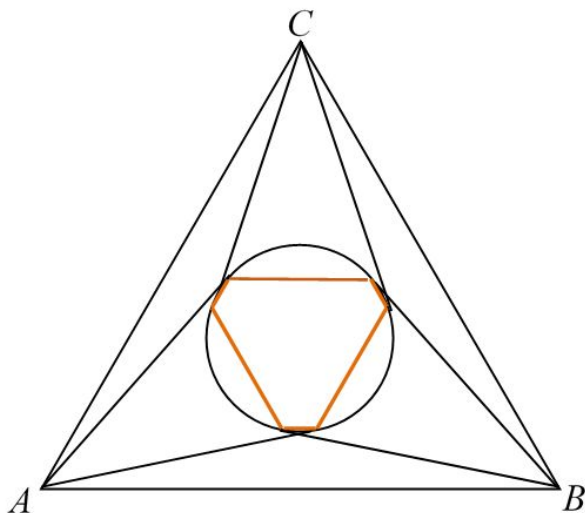
- (i) Dimostrare che $P(2020) = 2020$.
- (ii) Dimostrare che P esiste ed è unica.

Esercizio 3



Nei 16 vertici dei quadrati di una griglia formata da 3×3 quadratini vogliamo disporre alcuni punti. Se nessuna terna di questi punti deve formare un triangolo isoscele, quanti ne possiamo disporre al massimo?

Esercizio 4



Sia ABC un triangolo equilatero ed O il suo centro. Tracciamo una circonferenza di centro O completamente contenuta all'interno del triangolo ABC e le sei rette uscenti dai vertici e tangenti alla circonferenza. Indichiamo i sei punti di tangenza con T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 e T_6 , in senso orario sulla circonferenza.

- (i) Dimostrare che T_1T_2, T_6T_3 e T_5T_4 sono paralleli ad un lato del triangolo.
- (ii) Dimostrare che i vertici T_1 e T_3 sono allineati con il punto medio di un lato del triangolo.
- (iii) Descrivere il luogo geometrico descritto dal punto T_1 al variare del raggio.
- (iv) Al variare del raggio della circonferenza come varia il perimetro dell'esagono $T_1T_2T_3T_4T_5T_6$?